

## Proseminar Graphentheorie

In dem Proseminar sollen grundlegende Begriffe, Konzepte und Sätze der Graphentheorie entwickelt werden. Unsere Hauptquelle ist das Lehrbuch [2]. Die Lehrbuchsammlung der Bibliothek besitzt etliche Exemplare dieses wichtigen Standardwerks. Wenn nicht anders angegeben, beziehen sich alle bibliographischen Angaben<sup>1</sup> auf [2].

### 1. THEMENLISTE

- 1. Eulergraphen und Hamiltonkreise:** Kap. 0.8 und Kap. 8 mindestens bis<sup>2</sup> Kap. 8.2.
- 2. Zusammenhang und der Satz von Menger:** Kap. 0.4 und Kap. 2 mindestens bis Kap. 2.3.
- 3. Bipartite Graphen und der Heiratssatz:** Kap. 0.6 und Kap. 1.1 (mindestens die Sätze von König (1.1.1) und Hall (1.1.2)).
- 4. Planare Graphen I – Eulers Formel:** Kap. 3 mind. bis Kap. 3.2.
- 5. Planare Graphen II – Kuratowskis Satz:** Kap. 0.7, 3.3 und 3.4.
- 6. Färbungen:** Kap. 4 bis Kap. 4.1 ((historische) Diskussion des Vierfarbensatzes 4.1.1, Beweis des Fünffarbensatzes 4.1.2), Auswahl aus Kap. 4.2, 4.3 und 4.4
- 7. Flüsse und Netzwerke:** Kap. 5 bis Kap. 5.2, danach (Vorschlag) Kap. 5.5 und 5.6.
- 8. Extremale Graphentheorie I – Hadwigers Vermutung:** Kap. 6 bis Kap. 6.3 (Diskussion der Hadwiger Vermutung; Satz von Erdős und Stone 6.1.2 (ohne Beweis)).
- 9. Extremale Graphentheorie II – Szemerédis Regularitätslemma:** Kap. 6.4, inklusive Beweis des Satzes 6.2.1 und Anwendungen des Regularitätslemmas.
- 10. Ramseytheorie für Graphen:** Kap. 7 bis mind. Kap. 7.2. Wenn Zeit, ein Beweis von Satz 7.3.1 und Kap. 7.4.
- 11. Zufallsgraphen und der Satz von Erdős:** Kap. 9 bis (nach Möglichkeit) Kap. 9.3.
- 12. Graphen und Matrizen:** Inzidenz- und Adjazenzmatrizen von Matrizen, und deren algebraische Eigenschaften; siehe etwa [3, Kap. 8]. Vorschlag weiter: Verbindungen mit Perron-Frobenius-Theorie oder Iharas Zetafunktion ([6, Theorem 1]).
- 13. Graphen und Gruppen:** insbes. Cayleygraphen von Gruppen, etwa Auswahl aus [4, Chapter 1]. [Benötigt etwas Gruppentheorie.]
- 14. Algorithmische Graphentheorie:** Diskussion einiger wichtiger graphentheoretischer Algorithmen, z. B. die von Prim und Kruskal (minimale Spannbäume) und Dijkstra (kürzeste Wege); siehe etwa [5, Section 7.6, 8.6] und [7, Kap. 3.6, 8].

<sup>1</sup>Beachten Sie, dass sich alle Seiten- und Kapitelangaben für [2] auf die dritte deutschsprachige Ausgabe beziehen. Andere Ausgaben enthalten die notwendige Information wahrscheinlich auch, aber vielleicht an anderer Stelle. Im Zweifelsfall fragen Sie mich bitte.

<sup>2</sup>Mit “bis” meine ich im Folgenden immer “bis einschließlich”.

**15. Cayleys Formel für die Anzahl der Bäume** besagt, wie viele endliche, bezeichnete Bäume (=Graphen ohne Kreise) es gibt. [1, Chapter 24]

## 2. ORGANISATORISCHES

Das Proseminar ist Teil des ‘Ergänzungsmoduls Mathematik’ (Modul 24-E). Laut Modulhandbuch<sup>3</sup> soll

das Proseminar [...] die Fähigkeit schulen, mathematische Sachverhalte im Vortrag klar und verständlich darzustellen.

Weiter heißt es dort:

Im Proseminar sollen die Studierenden unter Anleitung einen mathematischen (meistens englischen) Text so weit wie möglich selbstständig erarbeiten und anschließend den Teilnehmern des Proseminars vorstellen. Eine angemessene schriftliche Ausarbeitung des Vortrags wird erwartet.

Gefordert wird schließlich eine

fachlich korrekte und verständliche Darstellung eines mathematischen Sachverhalts einschließlich wesentlicher Beweisschritte in einem Vortrag, Umfang einschließlich fachlicher Diskussion in der Regel 90 Minuten. Fachlich korrekte und verständliche schriftliche Ausarbeitung einschließlich wesentlicher Beweisschritte im Umfang von 5-10 Seiten.

Konkret heißt das für Sie:

- (1) Teilen Sie mir Ihr bevorzugtes Thema (sowie eine zweite Wahl) mit, indem Sie bis zum **31. Juli 2019** eine entsprechende Email (Betreff: ‘Anmeldung Proseminar Graphentheorie (Maglione)’ an Frau Nopto: [mnopto@math.uni-bielefeld.de](mailto:mnopto@math.uni-bielefeld.de)). Ihr Thema wird Ihnen bald im Anschluß bekanntgegeben.
- (2) Die angegebenen Quellen sind nur als Anhaltspunkte zu verstehen. In der Regel wird ein Thema in mehreren der angegebenen Bücher behandelt, und auch die bilden nur eine Auswahl. Werfen Sie einen Blick in mehrere Quellen und halten Sie sich nicht sklavisch an die Textvorlage(n). Wählen Sie vielmehr aus, was Sie für wichtig halten. Zeigen Sie uns einige Beweise und haben Sie den Mut, andere wegzulassen. Erläutern Sie ausgewählte Begriffe und Sätze durch angemessene Beispiele und Anwendungen. Versuchen Sie auch die in den Referenzen angeführten Aufgaben zu lösen. Wenn Sie Fragen zum genauen Inhalt Ihres Vortrags haben, nehmen Sie bitte rechtzeitig Kontakt mit mir auf.
- (3) Zur Vorbereitung empfehlen wir Ihnen die Lektüre des folgenden Textes von Prof. Dr. Lehn, Universität Mainz:

<https://tinyurl.com/LehnSeminar>

Darin schreibt Professor Lehn insbesondere: “Grundregel: Beamer-Präsentationen sind grundsätzlich verboten. Es sei denn, es liegen sehr, sehr gute Gründe vor. Ich kann mir fast keine vorstellen.” – Dem ist nichts hinzuzufügen.

- (4) Ihr Vortrag soll genau (!) 75 Minuten lang sein, damit 15 Minuten Zeit für Diskussionen und Kommentare bleibt. Ihr Vortrag soll von einer (maschinengeschriebenen) Zusammenfassung begleitet sein, den Ihre Mitstudierenden während Ihres Vortrags vorliegen haben. Diese Zusammenfassung soll die wesentlichen Begriffe und Resultate Ihres Vortrags zusammenfassen, und Ihren Mitstudierenden helfen, Ihrem Vortrag zu folgen. Sie darf nicht länger als ein DIN-A4-Blatt sein. Die Mitschrift Ihrer Kommilitonen soll sie nicht ersetzen. Die Vervielfältigung der Zusammenfassung erledigen wir, wenn Sie mir rechtzeitig eine (problemlos kompilierbare) tex- oder pdf-Datei zur Verfügung stellen.

<sup>3</sup>siehe etwa <http://ekvv.uni-bielefeld.de/sinfo/publ/variante/22968311?m>

- (5) Die Ausarbeitung Ihres Vortrags soll, wie oben erwähnt, 5-10 Seiten lang sein. Sie soll am Ende des Semesters abgegeben werden. Sowohl für die Ausarbeitung als auch die Zusammenfassung empfehle ich Ihnen dringend, das mathematische Textverarbeitungssystem  $\text{\LaTeX}$  zu verwenden<sup>4</sup>.
- (6) Ein Vortragskonzept – das gerne handschriftlich sein und die Grundlage für die Ausarbeitung sein kann – und die Zusammenfassung geben Sie mir bitte **mindestens 14 Tage** vor Ihrem Vortrag (Postfach in V3). Bitte vereinbaren Sie einen Gesprächstermin, der **mindestens zehn Tage** vor Ihrem Vortrag liegen soll, damit wir Vortragskonzept und Zusammenfassung rechtzeitig besprechen können.

#### REFERENCES

- [1] M. Aigner, G. M. Ziegler, *Proofs from THE BOOK*, second edition, Springer Verlag, 2000.<sup>5</sup>
- [2] R. Diestel, *Graphentheorie*, 3. Auflage, Springer Verlag, 2006.
- [3] C. Godsil, G. Royle, *Algebraic Graph Theory*, Springer Verlag, 2001.
- [4] J. Meier, *Groups, Graphs and Trees, An Introduction to the Geometry of Infinite Groups*, LMS Student Texts 73, Cambridge University Press, 2008.
- [5] K. Rosen, *Discrete Mathematics and its Applications*, McGraw-Hill, 2011.
- [6] H. M. Stark, A. A. Terras, Zeta Functions of Finite Graphs and Coverings, *Advances in Mathematics* **121**, 124–165 (1996).
- [7] V. Turau, *Algorithmische Graphentheorie*, 3. Auflage, Oldenbourg Verlag, 2009.

---

<sup>4</sup>siehe etwa <http://www.math.uni-bielefeld.de/~rost/arbeit.html>

<sup>5</sup>Dieses Buch gibt es auch auf deutsch, und in mehreren Ausgaben. Gegebenenfalls müssen meine Kapitelangaben angepasst werden.